

Правила перевода чисел из одной системы счисления в другую

Перевод чисел из одной системы счисления в другую составляет важную часть машинной арифметики. Рассмотрим основные правила перевода.

1. Для перевода двоичного числа в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 2, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

$$X_2 = A_n \cdot 2^{n-1} + A_{n-1} \cdot 2^{n-2} + A_{n-2} \cdot 2^{n-3} + \dots + A_2 \cdot 2^1 + A_1 \cdot 2^0$$

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней двойки:

Таблица 4. Степени числа 2

n (степень)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Пример . Число 11101000_2 перевести в десятичную систему счисления.

$$11101000_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 232_{10}$$

2. Для перевода восьмеричного числа в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 8, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

$$X_8 = A_n \cdot 8^{n-1} + A_{n-1} \cdot 8^{n-2} + A_{n-2} \cdot 8^{n-3} + \dots + A_2 \cdot 8^1 + A_1 \cdot 8^0$$

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней восьмерки:

Таблица 5. Степени числа 8

n (степень)	0	1	2	3	4	5	6
8^n	1	8	64	512	4096	32768	262144

Пример . Число 75013_8 перевести в десятичную систему счисления.

$$75013_8 = 7 \cdot 8^4 + 5 \cdot 8^3 + 0 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 31243_{10}$$

3. Для перевода шестнадцатеричного числа в десятичное необходимо его записать в виде многочлена, состоящего из произведений цифр числа и соответствующей степени числа 16, и вычислить по правилам десятичной арифметики:

$$X_{16} = A_n \cdot 16^{n-1} + A_{n-1} \cdot 16^{n-2} + A_{n-2} \cdot 16^{n-3} + \dots + A_2 \cdot 16^1 + A_1 \cdot 16^0$$

При переводе удобно пользоваться таблицей степеней числа 16:

Таблица 6. Степени числа 16

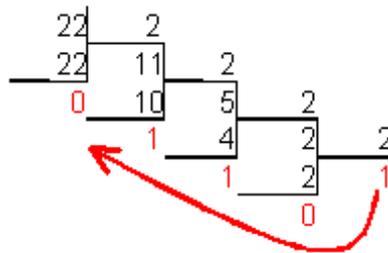
n (степень)	0	1	2	3	4	5	6
16^n	1	16	256	4096	65536	1048576	16777216

Пример. Число FDA_{16} перевести в десятичную систему счисления.

$$FDA_{16} = 15 \cdot 16^3 + 13 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 = 64929_{10}$$

4. Для перевода десятичного числа в двоичную систему его необходимо последовательно делить на 2 до тех пор, пока не останется остаток, меньший или равный 1. Число в двоичной системе записывается как последовательность последнего результата деления и остатков от деления в обратном порядке.

Пример. Число 22_{10} перевести в двоичную систему счисления.



$$22_{10} = 10110_2$$

5. Для перевода десятичного числа в восьмеричную систему его необходимо последовательно делить на 8 до тех пор, пока не останется остаток, меньший или равный 7. Число в восьмеричной системе записывается как последовательность цифр последнего результата деления и остатков от деления в обратном порядке.

Пример. Число 571_{10} перевести в восьмеричную систему счисления.

$$\begin{array}{r}
 571 \overline{) 8} \\
 \underline{56} \\
 11 \overline{) 8} \\
 \underline{8} \\
 3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 71 \overline{) 8} \\
 \underline{64} \\
 7 \overline{) 8} \\
 \underline{8} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 8 \overline{) 8} \\
 \underline{8} \\
 0 \overline{) 8} \\
 \underline{8} \\
 0 \overline{) 1} \\
 \underline{0} \\
 1
 \end{array}$$

$$571_{10} = 1073_8$$

6. Для перевода десятичного числа в шестнадцатеричную систему его необходимо последовательно делить на 16 до тех пор, пока не останется остаток, меньший или равный 15. Число в шестнадцатеричной системе записывается как последовательность цифр последнего результата деления и остатков от деления в обратном порядке.

Пример. Число 7467_{10} перевести в шестнадцатеричную систему счисления.

$$\begin{array}{r}
 7467 \overline{) 16} \\
 \underline{7456} \\
 11 \overline{) 16} \\
 \underline{16} \\
 2 \overline{) 16} \\
 \underline{16} \\
 0 \overline{) 16} \\
 \underline{16} \\
 0 \overline{) 1} \\
 \underline{0} \\
 1
 \end{array}$$

$$7467_{10} = 1D2B_{16}$$

7. Чтобы перевести число из двоичной системы в восьмеричную, его нужно разбить на триады (тройки цифр), начиная с младшего разряда, в случае необходимости дополнив старшую триаду нулями, и каждую триаду заменить соответствующей восьмеричной цифрой (табл. 3).

Пример. Число 1001011_2 перевести в восьмеричную систему счисления.

$$001\ 001\ 011_2 = 113_8$$

8. Чтобы перевести число из двоичной системы в шестнадцатеричную, его нужно разбить на тетрады (четверки цифр), начиная с младшего разряда, в случае необходимости дополнив старшую тетраду нулями, и каждую тетраду заменить соответствующей восьмеричной цифрой (табл. 3).

Пример. Число 1011100011_2 перевести в шестнадцатеричную систему счисления.

$$0010\ 1110\ 0011_2 = 2E3_{16}$$

9. Для перевода восьмеричного числа в двоичное необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной триадой.

Пример. Число 531_8 перевести в двоичную систему счисления.

$$531_8 = 101011001_2$$

10. Для перевода шестнадцатеричного числа в двоичное необходимо каждую цифру заменить эквивалентной ей двоичной тетрадой.

Пример. Число $EE8_{16}$ перевести в двоичную систему счисления.

$$EE8_{16} = 111011101000_2$$

11. При переходе из восьмеричной системы счисления в шестнадцатеричную и обратно, необходим промежуточный перевод чисел в двоичную систему.

Пример 1. Число FEA_{16} перевести в восьмеричную систему счисления.

$$FEA_{16} = 111111101010_2$$

$$111\ 111\ 101\ 010_2 = 7752_8$$

Пример 2. Число 6635_8 перевести в шестнадцатеричную систему счисления.

$$6635_8 = 110110011101_2$$

$$1101\ 1001\ 1101_2 = D9D_{16}$$

Кодирование текстовой информации

Для кодирования одного символа в компьютере обычно используется 1 байт (8 бит).

С помощью 8 бит можно закодировать 256 различных символов ($2^8 = 256$). Эти коды хранятся в специальной таблице. Одной из самых первых была таблица, разработанная в США в институте стандартизации. Этот институт ввел в действие таблицу кодов **ASCII** (American Standard Code for Information Interchange - стандартный код информационного обмена США).

Таблица ASCII разделена на две части. Первая - стандартная - содержит коды от 0 до 127. Вторая - расширенная - содержит символы с кодами от 128 до 255.

Первые 32 кода отданы производителям аппаратных средств, они называются

управляющие, эти коды управляют выводом данных. Им не соответствуют никакие

символы. Коды с 32 по 127 соответствуют символам английского алфавита, знакам препинания, цифрам, знакам арифметических действий и некоторым вспомогательным символам. Коды расширенной таблицы ASCII отданы под символы национальных алфавитов, символы псевдографики и научные символы.

Все буквы в алфавите расположены по алфавиту, а цифры - по возрастанию.

Кроме кодировки ASCII существуют и другие системы кодирования: Windows 1251, КОИ-8 и др. Все вышеназванные системы кодирования используют для кодирования 1 символа - **8 бит или 1 байт**.

В 1991 году была предложена 16-битная система Unicode (Юникод). Для представления каждого символа в этой системе используются **2 байта**: один байт для кодирования символа, другой для кодирования признака. Тем самым обеспечивается информационная совместимость данного способа кодирования со стандартом ASCII.

Пример 5. В кодировке Unicode на каждый символ отводится 2 байта. Определите информационный объем слова из двадцати четырех символов в этой кодировке.

1) 384 бита; 2) 192 бита; 3) 256 бит; 4) 48 бит.

Решение. Объем равен $24 * 2 \text{ байта} = 48 \text{ байт} = 48 * 8 \text{ бит} = 384 \text{ бита}$

Правильный ответ 1) 384 бита

Пример 6. Автоматическое устройство осуществило перекодировку информационного сообщения на русском языке, первоначально записанного в 16-битном коде Unicode, в 8-битную кодировку КОИ-8. При этом информационное сообщение уменьшилось на 480 бит. Какова длина сообщения в символах?

1) 30 2) 60 3) 120 4) 480

Решение. Количество символов в сообщении n . Значит в 16-битном коде - Unicode объём будет равен $16 * n$ бит, а в 8-битной кодировке КОИ-8 $8 * n$ бит. Получим уравнение из условия задачи

$$16 * n = 8 * n + 480, 8 * n = 480, n = 60.$$

Длина сообщения будет состоять из 60 символов.

Правильный ответ 2)60.

Арифметические действия во всех системах счисления выполняются точно так же как и в десятичной системе.

Примечание:

1. Выполнять действия можно только в одной системе счисления, если вам даны разные системы счисления, сначала переведите все числа в одну систему счисления
2. Если вы работаете с системой счисления, основание которой больше 10 и у вас в примере встретилась буква, мысленно замените её цифрой в десятичной системе, проведите необходимые операции и переведите результат обратно в исходную систему счисления

Сложение:

Все помнят, как в начальной школе нас учили складывать столбиком, разряд с разрядом. Если при сложении в разряде получалось число больше 9, мы вычитали из него 10, полученный результат записывали в ответ, а 1 прибавляли к следующему разряду. Из этого можно сформулировать правило:

1. Складывать удобнее «столбиком»
2. Складывая поразрядно, если цифра в разряде > больше самой большой цифры алфавита данной Системы счисления, вычитаем из этого числа основание системы счисления.
3. Полученный результат записываем в нужный разряд
4. Прибавляем единицу к следующему разряду

Пример:

Сложить 1001001110 и 100111101 в двоичной системе счисления

1001001110
100111101
1110001011

Ответ: 1110001011

Сложить F3B и 5A в шестнадцатеричной системе счисления

F3B
A5
FE0

Ответ: FE0

Самое главное, не забывайте про то, что у вас в распоряжении только цифры данной системы счисления, так же не забывайте про переходы между разрядными слагаемыми.

Вычитание:

Все помнят, как в начальной школе нас учили вычитать столбиком, разряд из разряда. Если при вычитании в разряде получалось число меньше 0, мы то мы «занимали» единицу из старшего разряда и прибавляли к нужной цифре 10, из нового числа вычитали нужное. Из этого можно сформулировать правило:

1. Вычитать удобнее «столбиком»
2. Вычитая поразрядно, если цифра в разряде < 0 , вычитаем из старшего разряда 1, а к нужному разряду прибавляем основание системы счисления.
3. Производим вычитание

Пример:

Вычесть из 1001001110 число 100111101 в двоичной системе счисления

1001001110
100111101
100010001

Ответ: 100010001

Вычесть из F3B число 5A в шестнадцатеричной системе счисления

F3B
A5
D96

Ответ: D96

Самое главное, не забывайте про то, что у вас в распоряжении только цифры данной системы счисления, так же не забывайте про переходы между разрядными слагаемыми.

Умножение:

Умножение в других системах счисления происходит точно так же, как и мы привыкли умножать.

1. Умножать удобнее «столбиком»
2. Умножение в любой системе счисления происходит по тем же правилам, что и в десятичной. Но мы можем использовать только алфавит, данный системы счисления

Пример:

Умножить 10111 на число 1101 в двоичной системе счисления

10111
1101
10111
10111
10111
100101011

Ответ: 100101011

Умножить F3B на число A в шестнадцатеричной системе счисления

F3B
A
984E

Ответ: 984E

Самое главное, не забывайте про то, что у вас в распоряжении только цифры данной системы счисления, так же не забывайте про переходы между разрядными слагаемыми.

Деление:

Деление в других системах счисления происходит точно так же, как и мы привыкли делить.

1. Делить удобнее «столбиком»
2. Деление в любой системе счисления происходит по тем же правилам, что и в десятичной. Но мы можем использовать только алфавит, данный системы счисления

Пример:

Разделить 1011011 на число 1101 в двоичной системе счисления

$$\begin{array}{r}
 1011011 \quad | \quad 1101 \\
 \underline{1101} \quad | \quad \underline{\hspace{1cm}} \\
 10011 \quad | \quad 111 \\
 \underline{1101} \quad | \quad \hspace{1cm} \\
 1101 \quad | \quad \hspace{1cm} \\
 \underline{1101} \quad | \quad \hspace{1cm} \\
 0 \quad | \quad \hspace{1cm}
 \end{array}$$

Ответ: 111

Разделить F3B на число 8 в шестнадцатеричной системе счисления

$$\begin{array}{r}
 6F78 \quad | \quad 8 \\
 \underline{68} \quad | \quad \underline{\hspace{1cm}} \\
 77 \quad | \quad DEF \\
 \underline{70} \quad | \quad \hspace{1cm} \\
 78 \quad | \quad \hspace{1cm} \\
 \underline{78} \quad | \quad \hspace{1cm} \\
 0 \quad | \quad \hspace{1cm}
 \end{array}$$

Ответ: DEF

Самое главное, не забывайте про то, что у вас в распоряжении только цифры данной системы счисления, так же не забывайте про переходы между разрядными слагаемыми.

ЗАКОНЫ ЛОГИКИ

<u>Основные законы логики:</u>	$A = A$	– закон тождества
	$A \& \bar{A} = 0$	– закон непротиворечия
	$A \vee \bar{A} = 1$	– закон исключенного третьего
	$\bar{\bar{A}} = A$	– закон двойного отрицания

Свойства констант:	$\bar{0} = 1$	$\bar{1} = 0$
	$A \vee 0 = A$	$A \& 0 = 0$
	$A \vee 1 = 1$	$A \& 1 = A$

Законы идемпотентности:	$A \vee A = A$
	$A \& A = A$

Законы коммутативности:	$A \vee B = B \vee A$
	$A \& B = B \& A$

Законы ассоциативности:	$A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$
	$A \& (B \& C) = (A \& B) \& C$

Законы дистрибутивности:	$A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$
	$A \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \& C)$

Законы поглощения:	$A \vee (A \& B) = A$
	$A \& (A \vee B) = A$

Законы де Моргана:	$\overline{A \vee B} = \bar{A} \& \bar{B}$
	$\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$

Импликация: $X \rightarrow Y = \bar{X} \vee Y$